



1) EN LA SEMANA QUE SE ENTREGUE EL PRESENTE TALLER DE EJERCICIOS SE REALIZÁRA LA SUTENTACION ESCRITA.

Décimo grado - Matemáticas

1. Si un ángulo mide 135° , ¿cuál es su medida en radianes?

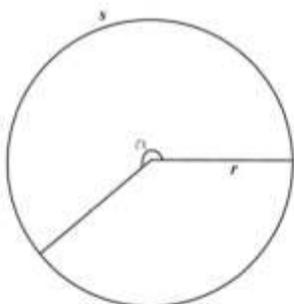
- A. $\frac{3\pi}{2}$
- B. $\frac{4\pi}{3}$
- C. $\frac{3\pi}{4}$
- D. $\frac{5\pi}{4}$

2. Si un ángulo mide $\frac{5\pi}{9}$ radianes, ¿cuál es su medida en grados?

- A. $(100\pi)^\circ$
- B. $\left(\frac{\pi^2}{324}\right)^\circ$
- C. 100°
- D. $\left(\frac{5}{9}\right)^\circ$

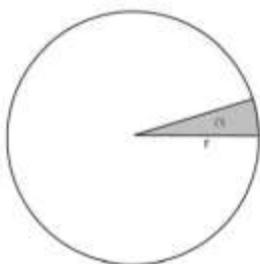
3. En la figura, el ángulo central $\alpha = 200^\circ$, y el radio, $r = 9$ cm, ¿cuál es la longitud del arco s ?

- A. 1800 cm
- B. 1800π cm
- C. 10π cm
- D. $\frac{200}{9}\pi$ cm



4. En la figura, el ángulo central $\alpha = \frac{\pi}{9}$, y el radio $r = 3$ cm, ¿cuál es el área sombreada?

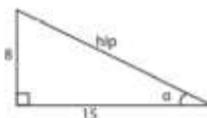
- A. $\frac{\pi}{2}$ cm²
- B. $\frac{\pi}{6}$ cm²
- C. $\frac{\pi}{9}$ cm²
- D. $\frac{\pi}{3}$ cm²



9. Si $\alpha = 40^\circ 30'$, ¿cuál es el valor de $\tan \alpha$?

- A. 0.854
- B. 0.848
- C. -0.6
- D. -0.354

5. Calcule la hipotenusa y encuentre el valor de las seis funciones trigonométricas del ángulo α que se muestra en la siguiente figura



seno= _____ seco= _____
 cosa= _____ csc= _____
 tang= _____ cota= _____

6. Si θ es un ángulo agudo y $\tan \theta = \frac{3}{4}$, ¿cuál es el valor de $\sin \theta$?

- A. $\frac{4}{5}$
- B. $\frac{5}{3}$
- C. $\frac{4}{3}$
- D. $\frac{3}{5}$

7. Si θ es un ángulo agudo en un triángulo rectángulo, $\cos \theta = \frac{x}{2}$ y $\cot \theta = x$, ¿cuál es el valor de $\tan \theta$?

- A. $\frac{1}{2}$
- B. 2
- C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. Si el $\text{Sen } \beta = 0.97437$, ¿cuál es la medida, en grados, del ángulo β ?

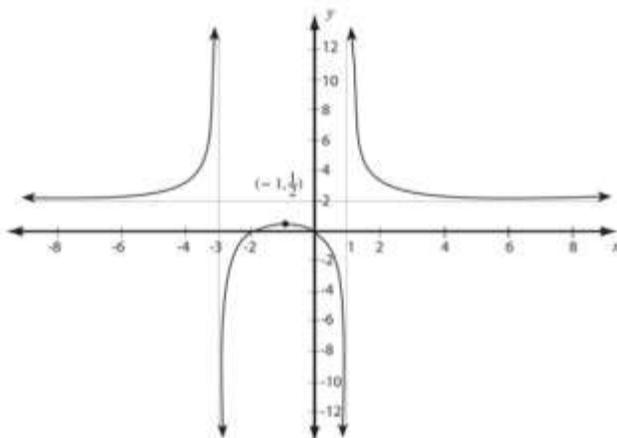
- A. 1.34°
- B. 77°
- C. 100°
- D. 257°

11. Un arquitecto desea construir una rampa de 8 metros de largo que se levanta a una altura de 1.65 metros sobre el nivel del suelo. Encuentre el ángulo de elevación de la rampa con respecto al suelo.



10. Desde un punto al nivel del suelo y a 135 metros de la base de una torre, el ángulo de elevación a la parte más alta de la torre es 57° . Calcule la altura de la torre.

Utilice la gráfica para responder las preguntas 1, 2 y 3.



1. ¿Cuál es el dominio de la función que se representa en la gráfica?

- A. \mathbb{R}
- B. $]-\infty, \frac{1}{2}[\cup]2, +\infty[$
- C. $\mathbb{R} - \{-3, 1\}$
- D. $] -3, 1[$

2. ¿Cuál es el rango de la función que se representa en la gráfica?

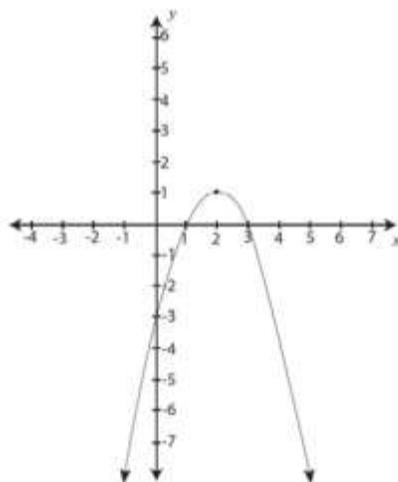
- A. $]-\infty, \frac{1}{2}[$
- B. \mathbb{R}
- C. $\mathbb{R} - \{2\}$
- D. $]\infty, \frac{1}{2}[\cup]2, +\infty[$

3. ¿En qué intervalo la función es creciente?

- A. $]-\infty, \frac{1}{2}[$
- B. $]2, +\infty[$
- C. $]-\infty, -3[\cup]-3, -1[$
- D. $]-\infty, \frac{1}{2}[\cup]2, +\infty[$

4. Dada la gráfica, encuentre:

- a) Dominio _____
- b) Rango _____
- c) lx _____
- d) ly _____
- e) Vértice _____
- f) Intervalo de decrecimiento _____





- 2) ¿A cuántos radianes equivalen $115^{\circ}38'27''$?
- 3) ¿A cuántos grados sexagesimales equivalen 2 radianes?
- 4) completa la tabla siguiente:

Medida de \hat{A} en grados, minutos y segundos	45°		30°				75°
Medida de \hat{A} en radianes				$\frac{\pi}{3}$		$\frac{\pi}{6}$	
$\text{tg } \hat{A}$		2,3			0,6		

Calculo del resto de razones trigonométricas conociendo una de ellas.

- 5) Resuelve los siguientes apartados:
 - a) Si $\cos \hat{A} = 1/2$; calcula $\sin \hat{A}$ y $\text{tg } \hat{A}$
 - b) Si $\sin \hat{A} = 4/5$; calcula $\cos \hat{A}$ y $\text{tg } \hat{A}$
- 6) Sabiendo que $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, halla el resto de las razones trigonométricas.
- 7) Sabiendo que $\cos \alpha = \frac{3}{4}$, halla el resto de las razones trigonométricas.
- 8) Sabiendo que $\text{tg } \alpha = \frac{5}{4}$, halla el resto de las razones trigonométricas.

9) Completa en tu cuaderno la siguiente tabla, haciendo uso de las relaciones fundamentales:

$\sin \alpha$	$1/3$		$4/5$			
$\cos \alpha$		$\frac{\sqrt{2}}{3}$			$\frac{\sqrt{3}}{2}$	
$\tan \alpha$				2		1
$\text{Cot } \alpha$						
$\text{Sec } \alpha$						
$\text{Csc } \alpha$						

Resolución de triángulos rectángulos.

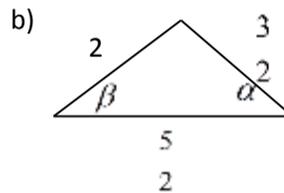
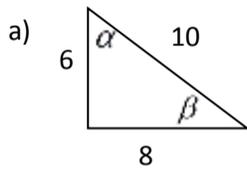
- 10) Un poste vertical de 3 m proyecta una sombra de 2 m; ¿qué altura tiene un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 4,5 m?
- 11) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: uno de sus ángulos $B = 29^{\circ}$, y el cateto opuesto, $b = 4'5$ m. Solución: $C = 61^{\circ}$, $a = 9'29$ m, $c = 8'12$ m.
- 12) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: la hipotenusa, $a = 5'7$ m, y un cateto, $b = 4'6$ m.



13) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: los dos catetos, $b = 3'5m$ y $c = 2'8m$.

14) Calcula los lados de un rombo cuyas diagonales miden 14 cm y 8 cm.

15) En los siguientes triángulos rectángulos, calcula las seis razones trigonométricas para sus ángulos agudos.

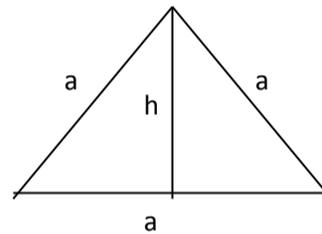


16) Resolver un triángulo equivale a determinar el valor de los tres ángulos y los tres lados. A continuación se dan los tres mínimos que necesitarás para resolver cada triángulo.

a) $\text{sen } 23^\circ = \frac{2}{5}$ b) $\text{cos } 73^\circ = \frac{2}{7}$ c) $\text{tg } 7^\circ = \frac{1}{8}$

17) Algunos valores de las funciones trigonométricas los puedes calcular directamente sin usar calculadora. Calcula según la figura y luego comprueba con tu calculadora.

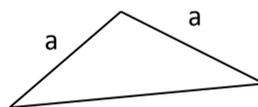
- a) $\text{sen } 30^\circ$
- b) $\text{cos } 30^\circ$
- c) $\text{sen } 60^\circ$
- d) $\text{cos } 60^\circ$
- e) ¿es necesario conocer las medidas del triángulo?



18) Si se sabe que $\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha}$. Calcule, sin usar calculadora, los valores de la tangente para los ángulos dados en el ejercicio anterior.

19) Si se sabe que $\text{cosec } \alpha = \frac{1}{\text{sen } \alpha}$, $\text{sec } \alpha = \frac{1}{\text{cos } \alpha}$ y $\text{cotg } \alpha = \frac{1}{\text{tg } \alpha}$. Calcule, sin usar calculadora los valores de la cosecante (cosec), la secante (sec) y la cotangente (cotg) para los ángulos usados en el ejercicio número 3, realizado antes.

20) Con la ayuda de un triángulo rectángulo isósceles de cateto "a" puedes calcular el valor de las razones trigonométricas del ángulo de 45° . Dibújalo y escribe tus cálculos.



7) Utiliza una calculadora y encuentra las razones trigonométricas de los ángulos: 0° , 25° , 45° , 70° y 85° . ¿Entre qué valores varía el seno y el coseno?

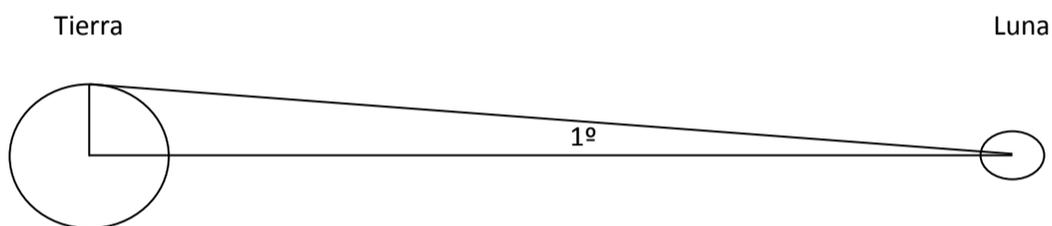
8) Utiliza tu calculadora para encontrar los valores aproximados de las razones trigonométricas de los siguientes ángulos:

- a) 19°
- b) $34^\circ 12' 32''$
- c) 55°
- d) $12,5^\circ$

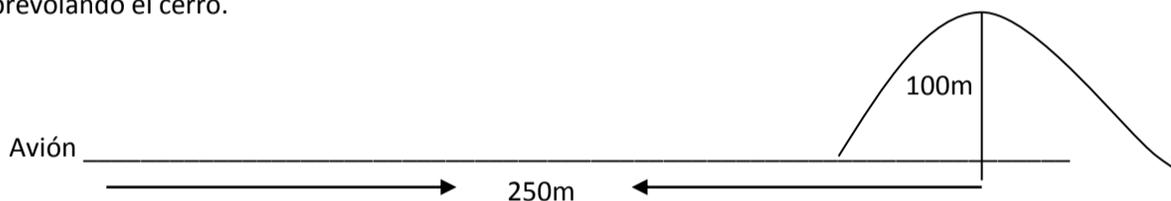
9) Determina la altura de un árbol, sabiendo que su sombra mide 8m cuando el ángulo de elevación del sol es de 53° . Haz un dibujo del problema.



- 10) Un avión se encuentra a 2300m de altura cuando comienza su descenso para aterrizar. ¿Qué distancia debe recorrer el avión antes de tocar la pista, si baja con un ángulo de depresión de 25° ? Haz un dibujo del problema
- 11) Un edificio tiene una altura de 75m. ¿Qué medida tiene la sombra que proyecta cuando el sol tiene un ángulo de elevación de 43° ? Haz un dibujo del problema
- 12) La longitud del hilo que sujeta un volantín es de 15m y el ángulo de elevación es de 30° . ¿Qué altura alcanza el cometa?
- 13) Manuel, un astrónomo principiante, midió el ángulo que se muestra en la figura para calcular la distancia que hay entre los centros de la Luna y la Tierra. Considerando que el radio de la Tierra es 6380 km, ¿qué resultado obtuvo Manuel?



- 14) Determina el ángulo de inclinación mínimo necesario para que el avión de la figura pueda despegar sobrevolando el cerro.



- 15) En un momento determinado, los dos brazos de un compás están separados por una distancia de 5 cm. Si cada brazo mide 10 cm, ¿cuál es el grado de apertura del compás?
- 16) Al colocarse a cierta distancia del pie de un árbol, se ve la punta del árbol con un ángulo de 70° . ¿Bajo qué ángulo se verá el árbol si uno se aleja el triple de la distancia inicial?. Haz el dibujo.

SELECCIÓN MÚLTIPLE. (Debe hacer el procedimiento para poder dar la respuesta)

Marca la alternativa correcta.

- 1) Si $\sin \alpha = \frac{5}{7}$ y α es un ángulo agudo, entonces de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

I) $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{7}$ II) $\sec \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$ III) $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{7}{5}$

- a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III d) I y III e) Todas

- 2) El valor de la expresión $\sin^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ$ es:

a) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$ b) $\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}{4}$ c) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ d) $\frac{5}{4}$ e) N.A.

- 3) ¿Qué altura tiene un árbol si proyecta una sombra de 20 m, cuando el ángulo de elevación del sol es de 50° ?

- a) 23,8 m b) 12,8 m c) 15,3 m d) 16,8 m e) 1,53 m



4) ¿Cuál de los siguientes ángulos cumple con que la tangente sea un valor negativo?

- a) 181° b) 335° c) 85° d) $0,52^\circ$ e) 258°

5) Sabiendo que $\text{sen } \alpha = \frac{3}{5}$, entonces el valor de $\cos \alpha + \text{tg } \alpha - \text{sen } \alpha$ es:

- a) 1,55 b) 0,95 c) 1,45 d) 1,95 e) N.A.

6) En la cima de un cerro se ha levantado una antena de telefonía celular. Desde un punto ubicado en el valle se miden los ángulos de elevación del extremo superior y la base de la antena. ¿Cuál es la altura del cerro si estos ángulos son 57° y 42° respectivamente y además la antena mide 80 m de alto?

- a) 100 m b) 112,6 m c) 154 m d) 168,3 m e) N.A.

7) ¿En qué ángulo de elevación está el sol si un edificio proyecta una sombra de 25 m y tiene una altura de 70 m?

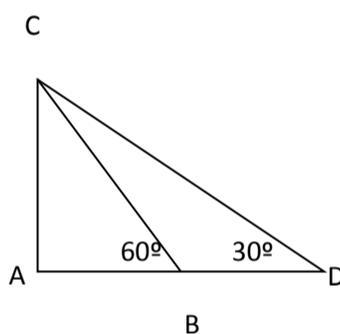
- a) $19,6^\circ$ b) $20,9^\circ$ c) 69° d) $70,3^\circ$ e) N.A.

8) Si $\text{sen } \alpha = \frac{3}{7}$, entonces el valor de la $\text{tg } \alpha$ es:

- a) $\frac{7}{3}$ b) $\frac{2\sqrt{10}}{7}$ c) $\frac{3\sqrt{10}}{20}$ d) $\frac{2\sqrt{10}}{3}$ e) N.A.

9) En la figura, $BD = 100$ dm. Entonces AC mide:

- a) $150\sqrt{3}$ dm
b) $100\sqrt{3}$ dm
c) $50\sqrt{3}$ dm
d) $25\sqrt{3}$ dm
e) $15\sqrt{3}$ dm



10) En el triángulo ABC isósceles de base AB, calcula la medida de su base si uno de sus lados mide 10 cm y uno de sus ángulos basales mide 30° .

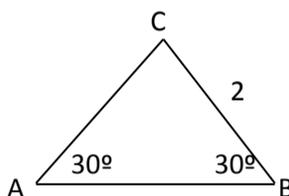
- a) 0,05 cm b) 0,17 cm c) 12,3 cm d) 17,32 cm e) N.A.

11) ¿Qué altura tiene un puente si al medir la elevación a 50 m de uno de sus pilares es de 22° ?

- a) 18,7 m b) 46,3 m c) 20,2 m d) 19,2 m e) N.A.

12) Sea el triángulo ABC. ¿Cuánto vale el lado AB?

- a) $3\sqrt{2}$
b) 4
c) $\sqrt{12}$
d) $4\sqrt{3}$
e) $2\sqrt{5}$

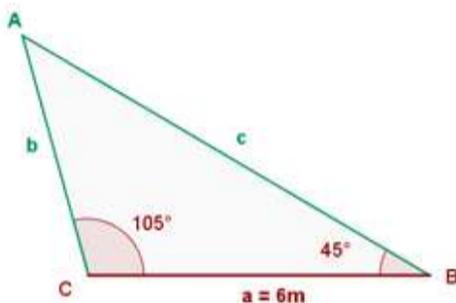


Taller ley del seno

- Resolver el triángulo ABC tal que $a=4.5$ cm., $B=30^\circ$ y $C= 78^\circ$.
- Resolver un triángulo sabiendo que $a=4.5$ cm. $B=35^\circ$ y $b=10$ cm.



- Un carpintero debe hacer una mesa triangular de tal forma que un lado mida 2 m, otro 1.5 m y el ángulo opuesto al primer lado debe ser 40° . ¿Lo conseguirá? ___ Explica
- Desde los puntos A y B de una misma orilla de un río y separados entre sí 12 m., se observan el pie P y la copa C de un pino, situado en la orilla opuesta. Calcular la altura del pino, sabiendo que los ángulos miden $PAB=42^\circ$, $PBA=37^\circ$ y $PAC=50^\circ$
- De un triángulo sabemos que: $a = 6$ m, $B = 45^\circ$ y $C = 105^\circ$. Determina los restantes elementos.



- Sea ABC un triángulo rectángulo en A. Si el segmento AB mide 20 cm. y el ángulo C, opuesto a ese lado, mide 42° . Calcula:

- el lado AC
- el lado BC
- el ángulo \hat{A}
- el área

La sombra que proyecta un árbol de 3,4 m. sobre el piso horizontal mide 4,3 m. ¿Cuál es la medida del ángulo que hace la horizontal con la línea que une los dos puntos extremos, de la sombra y del árbol?

- Un avión sale de un aeropuerto y se eleva manteniendo un ángulo constante de 10° hasta que logra una altura de 6 km. Determina a qué distancia horizontal del aeropuerto se encuentra en ese momento.

Ley del coseno

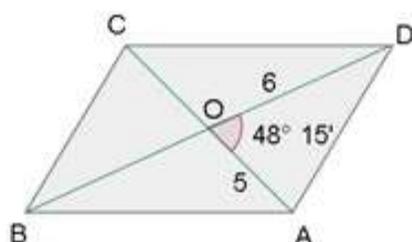
- En los siguientes ejercicios: a, b, y c son las medidas de los lados de un triángulo, mientras que A, B, C son las medidas de los ángulos opuestos a esos lados, respectivamente. Resuelve el triángulo en cada caso y calcula su área

- $a = 10$ cm. $b = 12$ cm. $C = 35^\circ$
- $a = 7$ m. $b = 6$ m. $c = 4$ m.
- $c = 10$ cm. $B = 40^\circ$ $\hat{A} = 70^\circ$
- $a = 12$ cm. $b = 16$ cm $\hat{A} = 43^\circ$
- $\hat{A} = 53^\circ$ $\hat{B} = 75^\circ$ $c = 30,5$ cm.
- $\hat{A} = 48^\circ$ $C = 68^\circ$ $c = 47,2$ mm.

- Dos trenes parten simultáneamente de una estación en dirección tal que forman un ángulo de 35° . Uno va a 15 km/hr y el otro a 25 km/hr. Determina a qué distancia se encuentran separados después de dos horas de viaje.
- Tres puntos A, B y C están unidos por carreteras rectas y llanas. La distancia AB es de 6 Km., la BC es 9 Km. y el ángulo que forman AB y BC es de 120° . ¿Cuánto distan A y C?



4. Dos personas caminan por un sendero, pero en un punto se bifurca formando un ángulo de 38° y cada una va por su lado, uno camina a 3 km/h y el otro a 3.5 km/h, ¿a qué distancia se encuentran al cabo de media hora?
5. Las diagonales de un paralelogramo miden 10 cm y 12 cm, y el ángulo que forman es de 48° . Calcular los lados.



DEMOSTRAR LAS SIGUIENTES IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS

1) $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = \text{sen } x \text{ csc } x$

2) $\frac{1}{\text{csc}^2 x} + \text{cos}^2 x = 1$

3) $\text{tan}^2 x + \text{sen } x \text{ csc } x = \text{sec}^2 x$

4) $\frac{\text{cos}^2 x}{\text{sen}^2 x} + 1 = \text{csc}^2 x$

5) $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = \text{cos } x \text{ sec } x$

6) $\text{tan}^2 x + \text{tan } x \text{ cot } x = \text{sec}^2 x$

7) $\frac{\text{sen}^2 x}{\text{cos}^2 x} + 1 = \text{sec}^2 x$

8) $\text{sen}^2 x + \frac{1}{\text{sec}^2 x} = 1$

9) $\text{tan}^2 x \text{ cos } x + \text{cos}^2 x = 1$

10) $\text{sen}^2 x + \frac{\text{sen}^2 x}{\text{tan}^2 x} = 1$

11) $\frac{1}{\text{cos } x \text{ csc } x} = \text{tan } x$

12) $\text{cos } x \text{ csc } x = \text{cot } x$

13) $\frac{1}{\text{sen } x \text{ sec } x} = \text{cot } x$

14) $\frac{1}{\text{tan}^2 x} + 1 = \text{csc}^2 x$

15) $\text{cot}^2 x + \frac{1}{\text{tan } x \text{ cot } x} = \text{csc}^2 x$

16) $\text{cot}^2 x + \frac{1}{\text{cos } x \text{ sec } x} = \text{csc}^2 x$

17) $\text{tan}^2 x + \frac{1}{\text{sen } x \text{ csc } x} = \text{sec}^2 x$

18) $\text{cot}^2 x + \text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = \text{csc}^2 x$

1) $\text{sen}^2 x + \frac{1}{\text{sec}^2 x} = \text{sen } x \text{ csc } x$

2) $\frac{1}{\text{csc}^2 x} + \text{cos}^2 x = 1$

3) $\text{tan}^2 x + \text{sen } x \text{ csc } x = \text{sec}^2 x$

4) $\frac{\text{cos}^2 x}{\text{sen}^2 x} + \text{tan } x \text{ cot } x = \text{csc}^2 x$

5) $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = \text{cos } x \text{ sec } x$

6) $\text{tan}^2 x + \text{tan } x \text{ cot } x = \text{sec}^2 x$



- 7) $\sec^2 x \csc^2 x = \sec^2 x + \csc^2 x$
- 8) $\sec x + \csc x = \sec x \csc x (\sin x + \cos x)$
- 9) $\tan^2 x \cos^2 x + \cos^2 x = \frac{1}{\csc^2 x} + \frac{1}{\sec x}$
- 10) $\sec x + \cos^2 x = \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sec^2 x}$
- 11) $\frac{1}{\cos x \csc x} = \tan x$
- 12) $\cos x \csc x = \cot x$
- 13) $\frac{1}{\sin x \sec x} = \cot x$
- 14) $\cot^2 x + \frac{1}{\tan x \cot x} = \csc^2 x$
- 15) $\cot^2 x + \frac{1}{\cos x \sec x} = \csc^2 x$
- 16) $\sin^2 x + \cos^2 x = \sec^2 x - \tan^2 x$
- 17) $\tan^2 x + \frac{1}{\sin x \csc x} = \sec^2 x$
- 18) $\cot^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x = \csc^2 x$

Demostrar las siguientes igualdades trigonométricas empleando cualquiera de todas las técnicas estudiadas.

- 1) $\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} = 1$
- 2) $\frac{\sec x}{\tan x + \cot x} = \sin x$
- 3) $\frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$
- 4) $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$
- 5) $\frac{1}{\sec - \tan x} = \sec x + \tan x$
- 6) $\frac{1}{\csc x - \cot x} = \csc x + \frac{1}{\tan x}$
- 7) $\frac{\cot^2 x}{\csc x - 1} = \csc x + \sin^2 x + \cos^2 x$
- 8) $\frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} = \frac{\sec x}{1 + \cos x}$
- 9) $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$
- 10) $\sec x + \cos^2 x = \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sec^2 x}$
- 11) $\frac{\csc x}{\tan x + \cot x} = \cos x$
- 12) $(1 - \sin^2 x)(1 + \tan^2 x) = 1$
- 13) $\frac{1}{1 + \sin x} + \frac{1}{1 - \sin x} = 2 \sec^2 x$
- 14) $\sin x + \cos x = \cos x(1 + \tan x)$
- 15) $\cot^2 x + \frac{1}{\cos x \sec x} = \csc^2 x$
- 16) $\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sec x + \tan x} = \sec x - \tan x$
- 17) $\tan^2 x + \frac{1}{\sin x \csc x} = \sec^2 x$
- 18) $\cot^2 x + \sin^2 x = \csc^2 x - \cos^2 x$